

文章编号: 1000-7598-(2006) 03-0383-06

层状半空间中洞室对入射平面 SV 波的散射

尤红兵^{1,2}, 梁建文¹

(1. 天津大学 土木工程系, 天津 300072; 2. 中国地震局地球物理研究所, 北京 100081)

摘 要: 利用间接边界元法, 在频域内求解了层状弹性半空间中洞室对入射平面 SV 波的散射问题。通过自由场反应分析, 求得假想洞室边界上各点位移和各单元应力响应。在洞室边界各个单元上施加虚拟分布荷载, 求得位移和应力的格林函数。根据应力边界条件确定虚拟分布荷载, 将自由场位移响应和虚拟分布荷载产生的位移响应叠加起来, 即得到问题的解答。比较了层状半空间和均匀半空间中洞室对入射平面 SV 波的放大作用。结果表明, 层状半空间情况有可能导致较大的地表位移幅值, 尤其是对于较低频率入射波。

关 键 词: 层状半空间; 洞室; 平面 SV 波; 散射; 动力响应

中图分类号: TU 443

文献标识码: A

Scattering of plane SV waves by a cavity in a layered half-space

YOU Hong-bing^{1,2}, LIANG Jian-wen¹

(1. Department of Civil Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China;

2. Institute of Geophysics, China Earthquake Administration, Beijing 100081, China)

Abstract: Scattering of SV waves by a cavity in a layered half-space was analyzed by indirect boundary element method in frequency domain. The free-field displacements and stresses were calculated on the line which will form the surface of the cavity. Then fictitious distributed loads were applied on the same line to calculate Green's functions for displacements and stresses. The amplitudes of the fictitious distributed loads were determined by the boundary conditions, and the displacement response arising from the waves in the free field and from the fictitious distributed loads were then summed up to obtain the solution. The amplification of the incident SV waves by a cavity in a homogeneous and a layered half-space were compared; and numerical results showed that larger surface displacement amplitude may be resulted in the case of layered half-space, especially for low-frequency waves.

Key words: layered half-space; cavity; plane SV waves; scattering; dynamic response

1 引 言

近年来, 我国一些大城市为缓解城市交通压力, 普遍在市中心建设地铁工程。研究表明^[1, 2], 大型地下隧道的建设对沿线设计地震动影响显著, 进而影响到沿线既有地面建筑物的地震安全性。对该影响进行定量估计, 对既有地面建筑物的地震安全性的评估具有重要的理论意义和工程价值。

地下隧道对沿线地震动的影响问题实质上是地下隧道对地震波的散射问题。20 世纪 70 年代初, Pao 和 Mow^[3]采用波函数展开法开创性地研究了弹性无限空间中单个洞室在弹性波入射下的动应力集中问题。随后, Lee^[4]将解答推广到半空间, 因为地

下洞室实际上是位于半空间的, 且多属于浅埋。直到近期, Lee 和 Karl^[5, 6]和 Davis 等^[7]给出了半空间中洞室对 P 和 SV 波散射的解析解。

值得指出的是, 以上研究^[1, 2, 4~7]均假定为均匀半空间, 而实际上近地表土层多是层状的; 而且强震观测表明, 近地表层状土层对地震动的幅值和频谱均有显著影响。因此, 研究层状半空间中洞室对入射弹性波的散射问题, 具有重要的理论意义和工程价值。本文利用间接边界元法^[8, 9], 研究层状弹性半空间中洞室对入射平面 SV 波的散射问题, 结果表明, 层状半空间中洞室对入射 SV 波的放大作用与均匀半空间有着显著的差别。本文方法可用于地下洞室一类工程的动力分析。

收稿日期: 2004-07-19

修改稿收到日期: 2004-11-20

基金项目: 国家自然科学基金 (No.50378063) 项目和教育部优秀青年教师资助计划。

作者简介: 尤红兵, 男, 1970 年生, 博士后, 主要从事工程波动研究。

论文联系人: 梁建文, 男, 1965 年生, 教授, 博士生导师, 主要从事工程波动理论的研究。Email: liang@tju.edu.cn

2 方 法

如图 1 所示, 半空间上层状场地中含一任意形状洞室。采用间接边界元方法来分析问题。首先, 进行 SV 波作用下自由场(无洞室存在)反应分析, 求得假想洞室边界 S 上各点的位移和各单元的应力响应; 然后, 计算格林影响函数, 即在洞室边界 S 的各个单元上分别施加虚拟分布荷载时自由场的位移和应力响应; 根据洞室边界 S 上各单元的加权平均应力为零来确定虚拟分布荷载; 最后, 将入射 SV 波自由场位移响应和虚拟分布荷载产生的响应叠加起来, 即得到问题的解答。

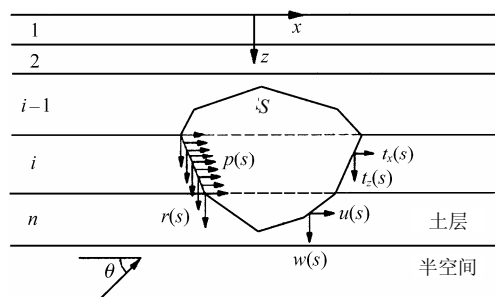


图 1 模型
Fig.1 Model

2.1 自由场计算

自由场的响应可由直接刚度法^[8]求得。设平面内运动的位移分别为 u 和 w , 其方向在 x - z 平面内。对于入射 SV 波, 土层和半空间的动力刚度矩阵 $[S_{P-SV}^L]$ 和 $[S_{P-SV}^R]$ 详见文献^[8]。集整动力刚度矩阵 $[S_{P-SV}^L]$ 和 $[S_{P-SV}^R]$, 则场地运动的动力平衡方程为

$$[S_{P-SV}]\{U\} = \{Q\} \quad (1)$$

式中 $[S_{P-SV}]$ 为整体动力刚度矩阵; $\{U\}$ 为位移列向量, 由 $u_1, iw_1, \dots, u_i, iw_i, \dots, u_{n+1}, iw_{n+1}$ 组成; $\{Q\}$ 为外荷载列向量, 当作用外荷载时, 与外荷载相应位置的元素不为 0, 其他元素则为 0。计算自由场时, 若控制点选在基岩露头, 则 $\{Q\}$ 中最后 2 个元素由式 (2) 确定, 其他元素为 0。

$$\begin{Bmatrix} P_b \\ iR_b \end{Bmatrix} = [S_{P-SV}^R] \begin{Bmatrix} u_0 \\ iw_0 \end{Bmatrix} \quad (2)$$

式中 P_b 和 R_b 为底部荷载向量幅值分量。 u_0 和 w_0 为基岩露头运动。整个场地的运动由求解式 (1) 得出, 进而可求得沿边界 S 上各点自由场的位移 $u_f(s)$, $w_f(s)$ 和应力 $t_{xf}(s)$, $t_{zf}(s)$ 。

2.2 格林影响函数

格林影响函数是在自由场(无洞室)内部某点

作用一单位荷载时, 自由场任意一点的响应。

设在洞室边界 S 的各个单元上分别施加虚拟分布荷载, 幅值为 $p(s)$ 和 $r(s)$ (图 1)。由于荷载只作用在部分土层上, 可在节点处引入附加交界面。首先, 假定作用分布荷载的土层固定在两个交界面上, 计算满足这样条件的相应反力, 这个分析仅在作用荷载的土层上进行。然后, 将反力以相反的方向作用到总体系上。总反应是上述两个结果的叠加。总体系对作用在交界面上的荷载的反应, 可根据前文所提到的直接刚度法计算。详细计算公式可参见文献^[8]。

这些计算是在波数域内进行, 需将荷载沿水平方向展开为关于 $\exp(-ikx)$ 的付里叶积分 (k 是波数)。

$$\left. \begin{aligned} p(k, z) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} p(x, z) \exp(ikx) dx \\ r(k, z) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} r(x, z) \exp(ikx) dx \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

最后, 将得到的位移和应力结果进行逆变换:

$$\{f(x)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} \{f(k)\} \exp(-ikx) dk \quad (4)$$

式中 f 代表 u , w , t_x 或 t_z 。最后, 边界 S 上的位移和应力可表示为

$$\begin{Bmatrix} u(s) \\ w(s) \end{Bmatrix} = [g_u(s)] \begin{Bmatrix} p \\ r \end{Bmatrix} \quad (5)$$

$$\begin{Bmatrix} t_x(s) \\ t_z(s) \end{Bmatrix} = [g_t(s)] \begin{Bmatrix} p \\ r \end{Bmatrix} \quad (6)$$

式中 $[g_u(s)]$ 和 $[g_t(s)]$ 即为所求的格林函数。

2.3 边界条件

沿边界 S 上的应力边界条件可表示为

$$\int_s [W(s)]^T \left(\begin{Bmatrix} t_x(s) \\ t_z(s) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} t_{xf}(s) \\ t_{zf}(s) \end{Bmatrix} \right) ds = 0 \quad (7)$$

式中 $[W(s)]$ 为权函数, 可取为单位矩阵, 使积分在每个单元上独立进行。将式 (6) 代入式 (7) 得

$$[T_p] \begin{Bmatrix} p \\ r \end{Bmatrix} = \{T_f\} \quad (8)$$

$$\text{其中: } [T_p] = \int_s [W(s)]^T [g_t(s)] ds \quad (9)$$

$$\{T_f\} = - \int_s [W(s)]^T \begin{Bmatrix} t_{xf}(s) \\ t_{zf}(s) \end{Bmatrix} ds \quad (10)$$

由式 (8) 可求得 $\begin{Bmatrix} p \\ r \end{Bmatrix}$, 结合式 (5) 可得总位移:

$$\begin{Bmatrix} u_g(s) \\ w_g(s) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_f(s) \\ w_f(s) \end{Bmatrix} + [g_u(s)] [T_p]^{-1} \{T_f\} \quad (11)$$

2.4 方法验证

为了验证本文方法,以均匀半空间中圆形洞室对SV波散射为例。图2、图3为本文结果与文献[10, 11]结果(解析解)比较。计算参数为:洞室半径为 a ,埋深为 D , $D/a=3$;无量纲入射频率 $\eta=2a/\lambda$, λ 为入射波波长, $\eta=1.0$ 。可以看出,本文结果与解析解是比较吻合的,差别可能源于边界离散和数值积分等。图中 $|w_g|$ 、 $|u_g|$ 分别表示竖向、水平地表位移幅值; $|A_{sv}|$ 为入射波幅值。

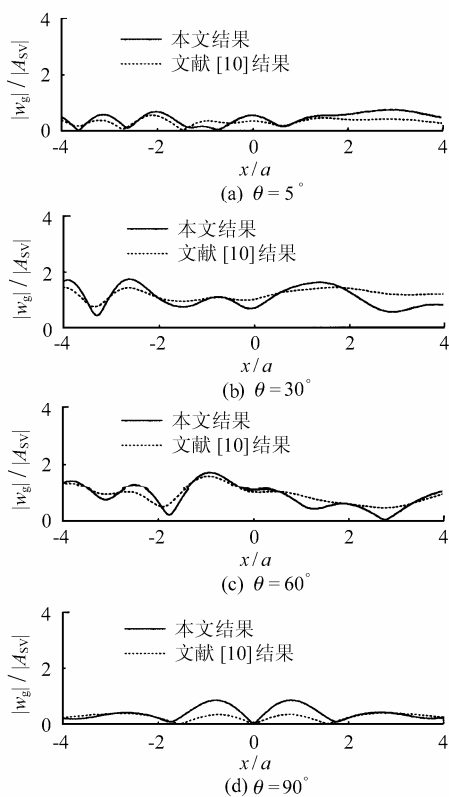


图2 竖向位移幅值比较

Fig.2 Comparison of vertical displacement amplitudes

3 算例分析

为了说明层状半空间中洞室对入射平面SV波散射的影响,本文比较了3种不同场地中圆形洞室对入射平面SV波的放大作用。场地I为均匀半空间,场地II为半空间上多层土地,场地III为半空间上单一土层场地。各场地土层参数如表1所示,其中,场地III土层的剪切波速和密度取场地II土层参数的等效值。圆形隧洞半径 $a=5$ m,埋深 $D=3a$,无量纲频率 $\eta=2a/\lambda$ (λ 为入射波波长)分别取0.1, 0.5, 1.0和1.5,入射角分别为 5° , 30° ,

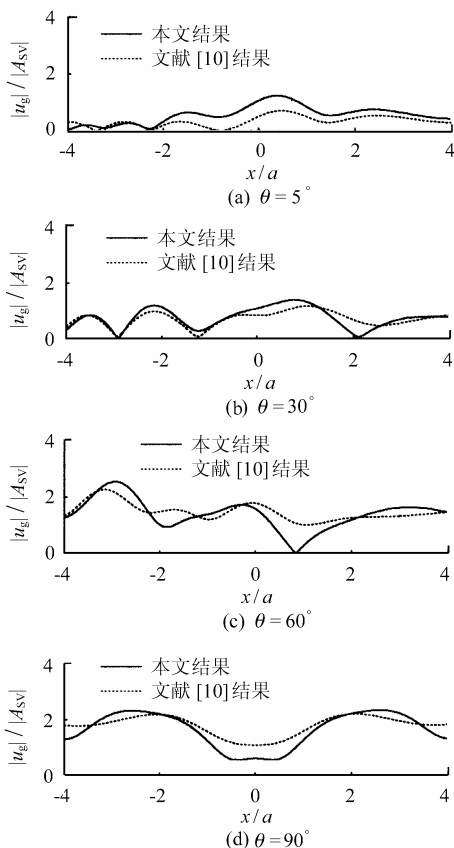


图3 水平位移幅值比较

Fig.3 Comparison of horizontal displacement amplitudes

表1 场地参数

Table 1 Parameters of sites

场地	层号	层厚 / m	密度 / $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$	剪切波速 / $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$	阻尼
I	1	∞	2 100	500	0.02
	2	2	1 800	250	0.05
II	3	5	1 850	300	0.05
	4	8	1 900	350	0.05
	5	15	2 000	400	0.05
	6	∞	2 100	500	0.02
III	1	30	1 932.45	352.84	0.05
	2	∞	2 100	500	0.02

60° 和 90° 。图4~6为含圆形洞室场地I~III地表竖向($|w_g|$)和水平($|u_g|$)位移幅值与入射波幅值的比值。为便于比较,图7、图8给出了3种场地的自由场地表竖向($|w_l|$)和水平($|u_l|$)位移幅值。需要指出的是,图7(d)中三条曲线重合在一起。

(1) 分析场地I(均匀半空间)中洞室对入射波的放大作用。从图4可以看出,当频率较低时,洞室对波的放大作用较小,如 $\eta=0.1$ 时,波垂直入射情况,最大水平位移幅值2.37,与其自由场相比放大了18.5%, 60° 入射情况,最大水平位移幅值2.0,放大了15.5%;当频率较高时,洞室对波的放

大作用较大, 如 $\eta=1.0$ 时, 60° 入射情况, 最大水平位移幅值 2.38, 与其自由场相比放大了 37.4%,

波 30° 入射情况, 最大水平位移幅值为 1.32, 放大了 164.0%。

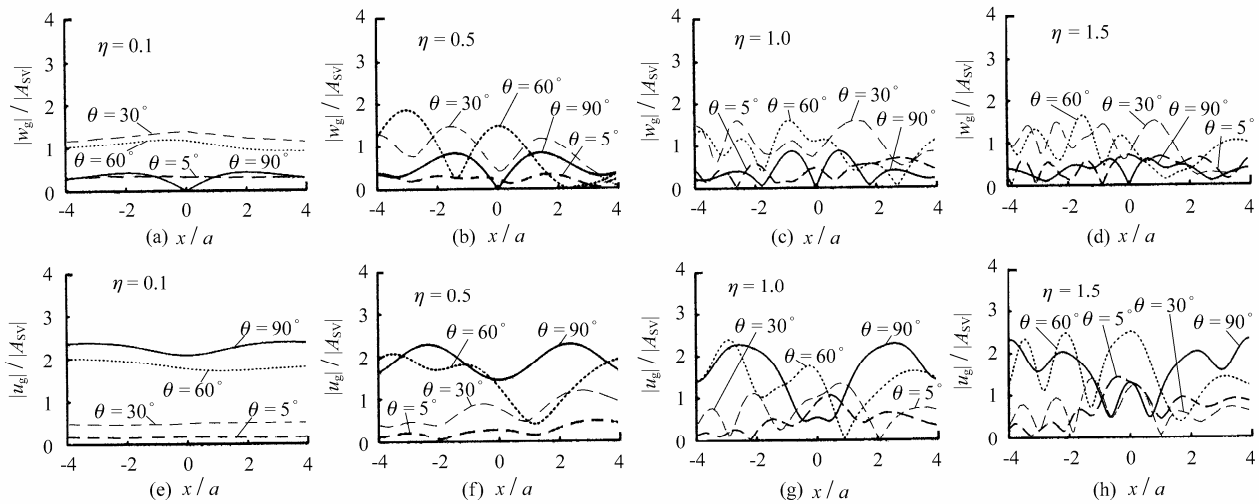


图4 含圆形洞室场地地表竖向和水平位移幅值(场地 I)

Fig.4 Vertical and horizontal surface displacement amplitudes with circular cavity (field I)

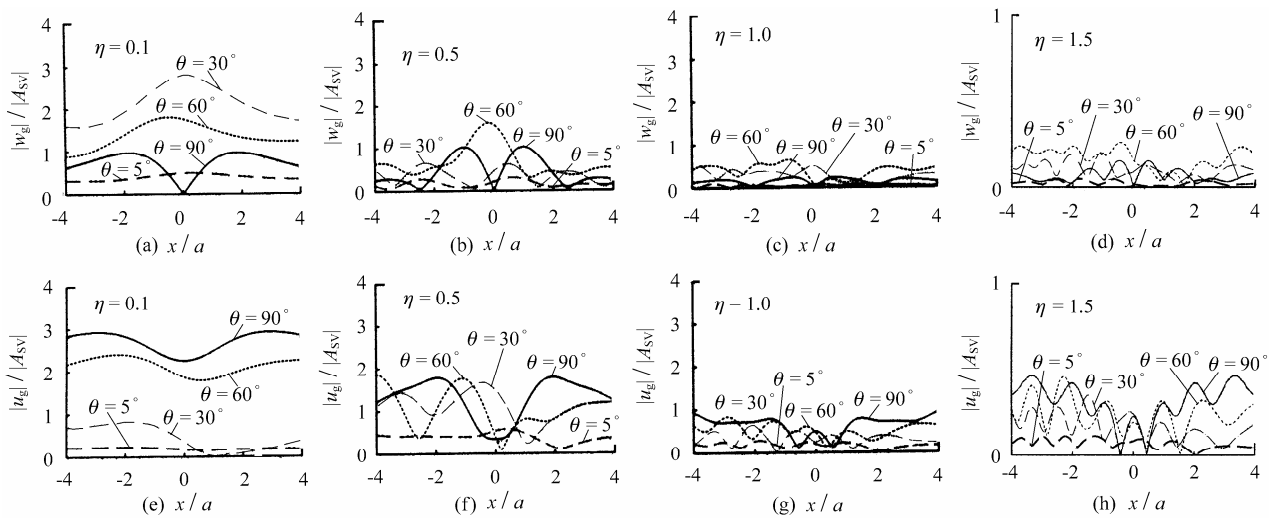


图5 含圆形洞室场地地表竖向和水平位移幅值(场地 II)

Fig.5 Vertical and horizontal surface displacement amplitudes with circular cavity (field II)

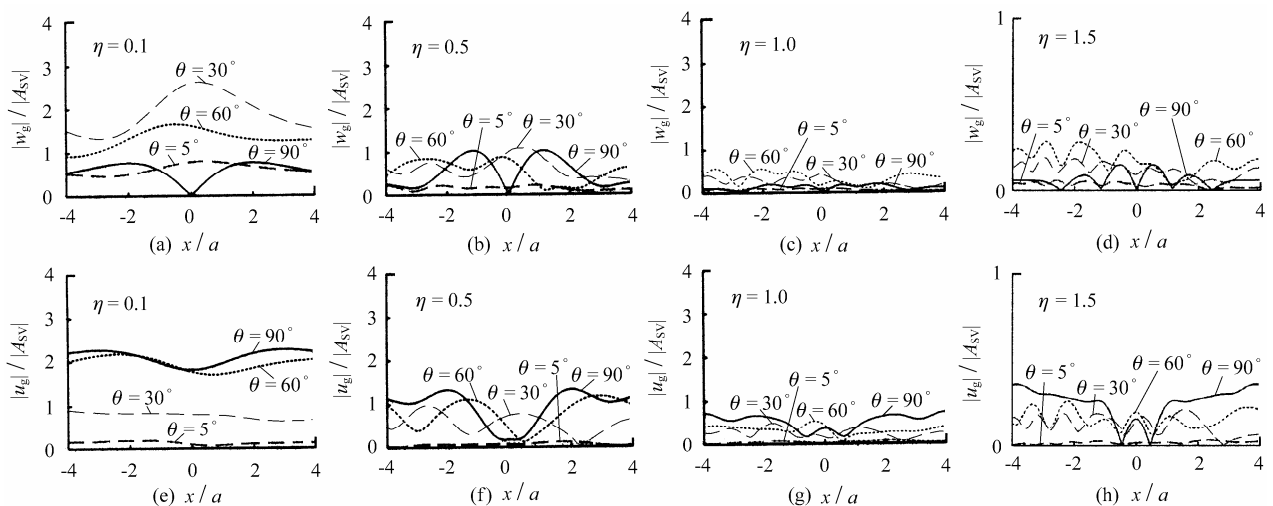


图6 含圆形洞室场地地表竖向和水平位移幅值(场地 III)

Fig.6 Vertical and horizontal surface displacement amplitudes with circular cavity (field III)

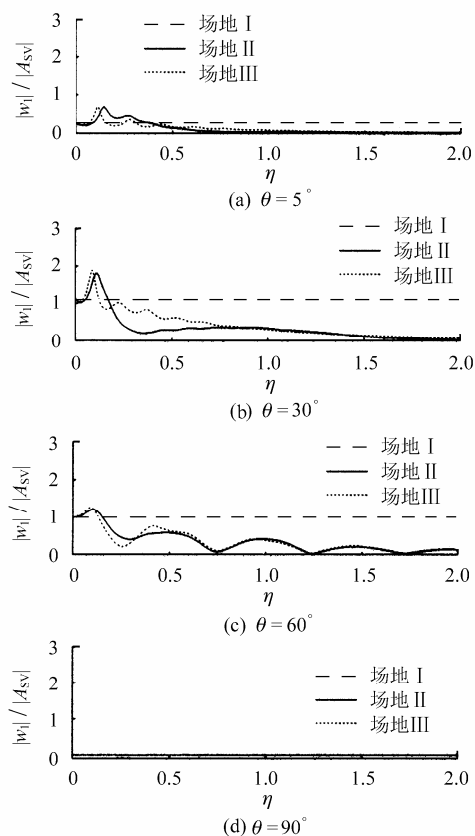


图7 自由场地表竖向位移幅值

Fig.7 Vertical surface displacement amplitudes of free field

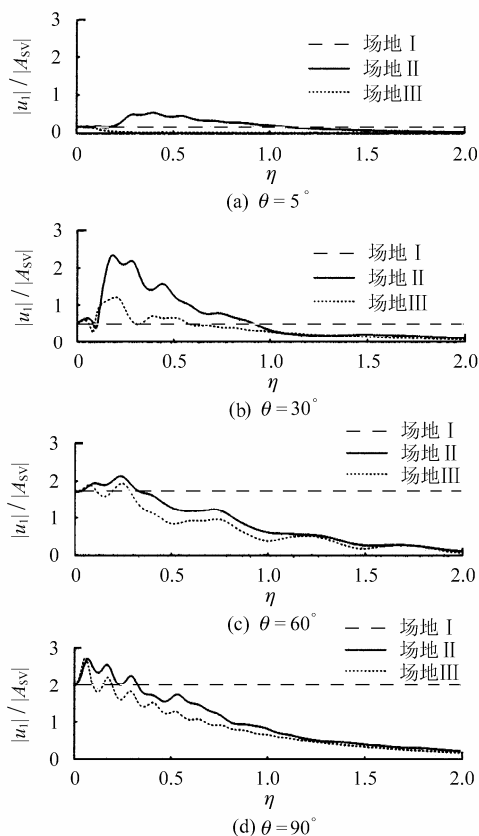


图8 自由场地表水平位移幅值

Fig.8 Horizontal surface displacement amplitudes of free field

(2) 场地 II (半空间上多层土场地) 中洞室对入射波的放大作用。从图 5 中可以看出, 在频率较低时, 地表位移幅值较大, 随着入射频率的升高, 地表位移幅值反而逐渐降低, 这与场地 I (均匀半空间) 的结果相差很大; 如 $\eta=0.1$ 时, 最大竖向和水平位移幅值分别出现在波 30° 和 90° 入射情况, 幅值分别达到 2.80 和 2.93, 均显著高于场地 I (均匀半空间) 的相应位移幅值, 与其自由场相比分别放大了 59.8% 和 19.7%; $\eta=0.5$ 时, 最大竖向和水平位移幅值分别为 1.60 和 1.77, 分别放大了 171.6% 和 8.8%; $\eta=1.0$ 时, 最大竖向和水平位移幅值分别为 0.64 和 0.94, 均低于场地 I (均匀半空间) 的相应位移幅值, 分别放大了 50.9% 和 16.2%; $\eta=1.5$ 时, 最大竖向和水平位移幅值分别为 0.26 和 0.46, 均远低于场地 I (均匀半空间) 的相应位移幅值, 分别放大了 26.2% 和 14.7%。可以看出, 单从洞室对入射波的放大作用来看, 层状半空间中洞室对入射波的放大作用接近于相应的均匀半空间中洞室对入射波的放大作用。图 5 中场地 II 地表位移幅值随着入射频率的升高而逐渐降低, 原因在于场地 II 相应自由场存在卓越频率 (无量纲卓越频率为 $\eta=0.08$,

图 7、图 8), 地表位移幅值与入射频率的大小有关; 正是因为卓越频率的存在, 入射频率接近卓越频率 (一般为低频) 时地表位移幅值实际上是场地和对入射波的放大作用二者的叠加, 从而有可能导致较大的地表位移幅值, 这一点尤其需要注意, 因为地震波中的低频波成分往往是造成工程结构震害的主要原因。

(3) 场地 III (半空间上单一土层场地) 中洞室对入射波的放大作用。从图 6 中可以看出, 场地 III (半空间上单一土层场地) 地表位移幅值不同程度地要低于场地 II (半空间上多层土场地) 地表位移幅值, 但是在总体上, 两个场地地表位移幅值的分布是非常接近的, 因此, 场地 II 在一定程度上可以用场地 III 来等效; 由于场地 III 与场地 I (均匀半空间) 的差别仅仅在于场地 III 存在一基岩面, 因此可以说, 层状半空间场地中洞室对入射波的放大作用与均匀半空间场地中洞室对入射波的放大作用的显著差别的主要原因在于模型的差别 (是否存在基岩面); 因为实际场地无疑是存在基岩面的, 因此, 层状半空间中洞室对入射波的放大作用在模型上也更加合理。

4 结 语

本文利用间接边界元法,在频域内求解了层状弹性半空间中洞室对入射平面 SV 波的放大作用问题,计算结果表明,间接边界元法可以得到满意的结果;讨论了层状半空间中洞室和均匀半空间中洞室对入射平面 SV 波放大作用的显著差别及其导致差别的原因,并指出了层状半空间中洞室对入射波放大作用研究在模型上的合理性。

研究表明,单从洞室对入射波的放大作用来看,层状半空间中洞室对入射波的放大作用接近于相应的均匀半空间中洞室对入射波的放大作用;但是,因为层状半空间存在卓越频率的原因,当入射波频率较低(靠近自由场卓越频率)时,地表位移幅值是场地对和洞室入射波的放大作用二者的叠加,从而有可能导致较大的地表位移幅值(显著大于均匀半空间对低频入射波的放大作用),这一点值得特别注意,因为地震波中的低频波成分往往是造成工程结构震害的主要原因。

最后需要指出的是,本文方法可以求解层状半空间中任意形状洞室对入射平面 SV 波的放大作用问题,因篇幅限制,将另文讨论。

参 考 文 献

- [1] Liang J, Zhang H, Lee V W. A series solution for surface motion amplification due to underground twin tunnels: incident SV waves[J]. **Earthquake Engineering and Engineering Vibration**, 2003, 2(2): 289—298.
- [2] 梁建文, 张浩, Lee V W. 地下洞室群对地面运动影响问题的级数解答—P 波入射[J]. **地震学报**, 2004, 26(3): 269—280.
LIANG Jian-wen, ZHANG Hao, Vincent W Lee. A series solution for surface motion amplification due to underground group cavities: incident P waves[J]. **Acta Seismologica Sinica**, 2004, 26(3): 269—280.
- [3] Pao Y H, Mow C C. Diffraction of Elastic Waves and Dynamic Stress Concentrations[M]. New York: Crane Russak and Company Inc., 1973.
- [4] Lee V W. On deformations of near a circular underground cavity subjected to Incident SH-waves[A]. **Proceedings of Symposium on Applications of Computer Methods in Engineering**[C]. Los Angeles: University of Southern California, 1977, 951—962.
- [5] Lee V W, Karl J. Diffraction of SV waves by underground, circular, cylindrical cavities[J]. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, 1992, 11: 445—456.
- [6] Lee V W, Karl J. On deformations of near a circular underground cavity subjected to incident plane P waves[J]. **European Journal of Earthquake Engineering**, 1993, (1): 29—36.
- [7] Davis C A, Lee V W, Bardet J P. Transverse response of underground cavities and pipes to incident SV waves[J]. **Earthquake Engineering and Structural Dynamics**, 2001, 30: 383—410.
- [8] Wolf J P. Dynamic Soil-Structure Interaction[M]. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1985.
- [9] Vogt R F, Wolf J P, Bachmann H. Wave scattering by a canyon of arbitrary shape in a layered half space[J]. **Earthquake Engineering and Structural Dynamic**, 1988, 16: 803—812.
- [10] 梁建文, 纪晓东, Lee V W. 地下圆形衬砌隧道对沿线地震动的影响: (I)级数解[J]. **岩土力学**, 2005, 26(4): 520—524.
LIANG Jian-wen, Ji Xiao-dong, Vincent W Lee. Effects of an underground lined tunnel on ground motion(I): series solution[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2005, 26(4): 520—524.
- [11] 梁建文, 纪晓东, Lee V W. 地下圆形衬砌隧道对沿线地震动的影响: (II)数值结果[J]. **岩土力学**, 2005, 26(5): 687—692.
LIANG Jian-wen, Ji Xiao-dong, Vincent W Lee. Effects of an underground lined tunnel on ground motion(II): numerical results[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2005, 26(5): 687—692.
- [11] Andersen K H, Rawlings C G, Lunne T A, et al. Estimation of hydraulic fracture pressure in clay[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 1994, 31: 817—828.
- [12] Massarsch K R. New aspects of soil fracturing in clay[J]. **Journal of Geotechnical Engineering Division, ASCE**, 1978, 104(GT8): 1 109—1 123.
- [13] Alfaro M C, Wong R C K. Laboratory studies on fracturing of low-permeability soils[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 2001, 38: 303—315.
- [14] Panah A K, Yanagisawa E. Laboratory studies on hydraulic fracturing criteria in soil[J]. **Soils and Foundations**, 1989, 29(4): 14—22.
- [15] Mayne P W, Kulhawy F H. K_0 -OCR relationships in soils[J]. **Journal of Geotechnical Engineering Division, ASCE**, 1982, 108(GT6): 851—872.
- [16] 洪振舜, 刘松玉, 于小军. 关于结构土屈服破坏的探讨[J]. **岩土力学**, 2004, 25(5): 684—687.
HONG Zhen-shun, LIU Song-yu, YU Xiao-jun. On destruction of structured soils[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2004, 25(5): 684—687.
- [17] Hong Z, Liu H, Negami, T. Remolded undrained strength of soils[J]. **China Ocean Engineering**, 2003, 17(1): 143—152.
- [18] Hong Z, Tsuchida T. On compression characteristics of Ariake clays[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 1999, 36(5): 807—814.

上接第 382 页